

אלכסונים במרובע

משימה

בפעילות זו תחקרו ארבע קבוצות של מרובעים:

- מרובעים שאלכסוניהם **שוים באורכם ומאונכים** זה לזה.
- מרובעים שאלכסוניהם **שוים באורכם אך לא מאונכים** זה לזה.
- מרובעים שאלכסוניהם **מאונכים** זה לזה אך **שוים באורכם**.
- מרובעים שאלכסוניהם **שוים באורכם** וגם **לא מאונכים** זה לזה.

שאלה 1

א. נתונים שני קטעים **שוים באורכם**.

נתון שאורך כל קטע הוא 5 ס"מ.

I. אם נניח את הקטעים האלה כך **שיהיו מאונכים זה לזה**, וניצור מרובע שהקטעים האלה הם אלכסוניו - אילו מרובעים נוכל לקבל?

II. האם יש תכונה שהיא משותפת לכל המרובעים שיכולים להתקבל?
אם כן - תארו אותה.

III. האם תשובותיכם לסעיפים הקודמים נכונות גם למקרה שאורך הקטעים שונה מ-5 ס"מ? אם לא - מה משתנה בתשובותיכם?

ב. נתונים שני קטעים **שוים באורכם**.

נתון שאורך כל קטע הוא 5 ס"מ.

I. אם נניח את הקטעים האלה כך **שלא יהיו מאונכים זה לזה**, וניצור מרובע שהקטעים האלה הם אלכסוניו - אילו מרובעים נוכל לקבל?

II. האם יש תכונה שהיא משותפת לכל המרובעים שיכולים להתקבל?
אם כן - תארו אותה.

III. האם תשובותיכם לסעיפים הקודמים נכונות גם למקרה שאורך הקטעים שונה מ-5 ס"מ? אם לא - מה משתנה בתשובותיכם?

שאלה 2

א. נתונים שני קטעים **שוים באורכם**.

נתון שאורכי הקטעים הם 5 ס"מ ו-7 ס"מ.

I. אם נניח את הקטעים האלה כך **שיהיו מאונכים זה לזה**, וניצור מרובע שהקטעים האלה הם אלכסוניו - אילו מרובעים נוכל לקבל?

II. האם יש תכונה שהיא משותפת לכל המרובעים שיכולים להתקבל?
אם כן - תארו אותה.

III. האם תשובותיכם לסעיפים הקודמים נכונות גם למקרה שאורכי הקטעים שונים מ-5 ס"מ ו-7 ס"מ? אם לא - מה משתנה בתשובותיכם?

ב. נתונים שני קטעים שונים באורכם.
נתון שאורכי הקטעים הם 5 ס"מ ו-7 ס"מ.

I. אם נניח את הקטעים האלה כך **שלא יהיו מאונכים זה לזה**, וניצור מרובע הקטעים האלה הם אלכסוני - אילו מרובעים נוכל לקבל?

II. האם יש תכונה שהיא משותפת לכל המרובעים שיכולים להתקבל? אם כן - תארו אותה.

III. האם תשובותיכם לסעיפים הקודמים נכונות גם למקרה שאורכי הקטעים שונים מ-5 ס"מ ו-7 ס"מ? אם לא - מה משתנה בתשובותיכם?

מדרגות לשאלות 1, 2.

- תוכלו לבנות מרובעים שונים בעזרת: קשי שתיה/עטים/עפרונות... או בעזרת היישומון או בעזרת כלים טכנולוגיים אחרים.



- שימו לב שניתן לשנות את נקודת החיתוך בין האלכסונים.
- מה ניתן לדעת על מרובע שאלכסוניו מאונכים?
- ניתן להיעזר בנתונים מספריים לגבי אורכי האלכסונים בכל סעיף.
- לפי הצורך ניתן להיעזר במשפט פיתגורס.
- היעזרו ביישומון למדידות קטעים ושטחים.

הנחיות למורה

כיתה מומלצת

- כיתה ט', שליש שני.

סוג המשימה

- ריבוי תשובות.
- משימת חקר.
- גילוי והסקת מסקנות מתוך התשובות המתקבלות.

הידע הדרוש

- סוגים שונים של מרובעים ותכונותיהם.
- שטחים של משולשים ומרובעים.

מה נלמד

- חידוד והעמקה בתכונות של מרובעים, בדגש על הקשרים בין מאפיינים של אלכסונים לסוגי מרובעים.
- חידוד והעמקה של הקשר בין אלכסונים של מרובע המאונכים זה לזה לבין שטח המרובע.

הדגשים ומטרות

- תנאים מספיקים ליצירת מרובעים שונים בהקשר לאלכסונים.
- אלכסונים שווים אינה תכונה מספקת למלבן/ טרפז שווה שוקיים, גם במרובע כלשהו יכולים להיות אלכסונים שווים.
- במרובע כלשהו אלכסונים יכולים להיות מאונכים זה לזה.
- כל מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה ניתן למצוא את שטחו על ידי מחצית מכפלת אלכסוניו. לכן כל המרובעים בעלי אותם אלכסונים ושאלכסונייהם מאונכים הם בעלי אותו שטח.

דירוג אתגר מתמטי

- הפנייה לשימוש באמצעי המחשה או עזרים טכנולוגיים.
- תזכורת לגבי הקשר בין שטח מרובע לאלכסוניו, כאשר האלכסונים מאונכים זה לזה.
- תזכורת לגבי שימוש במשפט פיתגורס.

מערך דידקטי מומלץ

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה עצמית של התלמידים (ביחידים, בזוגות או בקבוצות). המורה יכול לנתב את התלמידים לשימוש במדרגות, או לאפשר לתלמידים להיעזר במדרגות בהתאם לרצונם.
- דיונים כיתתיים: התלמידים יציגו את הפתרונות השונים ויסיקו מסקנות בהתאם לסעיפים השונים של המשימה.

הצעות לפתרונות:

שאלה 1

שאלה 1 סעיף א/א

ניתן לקבל את המרובעים הבאים:

- ריבוע - אם בנוסף האלכסונים חוצים זה את זה.
- דלתונים - אם בנוסף רק אלכסון אחד חוצה את האלכסון השני.
- טרפזים שווי שוקיים - אם בנוסף האלכסונים מחלקים זה את זה כך שקטעי האלכסונים הקרובים לאותו בסיס שווים (או שהאלכסונים מחלקים זה את זה ביחס שווה).
- מרובעים כלשהם - אם לא מתקיימים תנאים נוספים.

שאלה 1 סעיף א/II

תכונות משותפות לכל המרובעים המתקבלים בסעיף א/1.

- כל המרובעים שווי שטח.
- סכום ריבועי זוג צלעות נגדיות אחד שווה לסכום ריבועי זוג צלעות נגדיות שני (ראו פתרון שאלה 2, סעיף א/II).

שאלה 1 סעיף א/III

התשובות לסעיפים הקודמים לא משתנות.

שאלה 1 סעיף ב/I

ניתן לקבל את המרובעים הבאים:

- מלבנים - אם בנוסף האלכסונים חוצים זה את זה.
- טרפזים שווי שוקיים - אם בנוסף האלכסונים מחלקים זה את זה כך שקטעי האלכסונים הקרובים לאותו בסיס שווים (או שהאלכסונים מחלקים זה את זה ביחס שווה).
- מרובעים כלשהם - אם לא מתקיימים תנאים נוספים.

שאלה 1 סעיף ב/II

אין תכונה משותפת לכל המרובעים שמתקבלים בסעיף ב/I.

שאלה 1 סעיף ב/III

התשובות לסעיפים הקודמים לא משתנות.

שאלה 2

שאלה 2 סעיף א/I

ניתן לקבל את המרובעים הבאים:

- מעוין - אם בנוסף האלכסונים חוצים זה את זה
- דלתונים - אם בנוסף אלכסון אחד חוצה את האלכסון השני.
- טרפזים כלשהם - אם בנוסף האלכסונים מחלקים זה את זה ביחס שווה .
- מרובעים כלשהם - אם לא מתקיימים תנאים נוספים.

שאלה 2 סעיף א/II

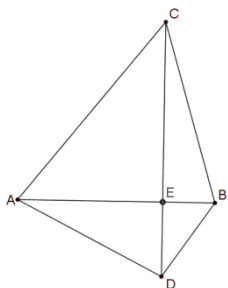
תכונות משותפות לכל המרובעים המתקבלים בסעיף ג:

- כל המרובעים שווי שטח.
- סכום ריבועי זוג צלעות נגדיות אחד שווה לסכום ריבועי זוג צלעות נגדיות שני.

$$AC^2 + DB^2 = BC^2 + AD^2 = CE^2 + AE^2 + EB^2 + ED^2$$

שאלה 2 סעיף א/III

התשובות לסעיפים הקודמים לא משתנות.



שאלה 2 סעיף ב/1

ניתן לקבל את המרובעים הבאים:

- מקביליות - אם בנוסף האלכסונים גם חוצים זה את זה.
- טרפזים כלשהם - אם בנוסף האלכסונים מחלקים זה את זה ביחס שווה.
- מרובעים כלשהם - אם לא מתקיימים תנאים נוספים.

שאלה 2 סעיף ב/2

אין תכונה משותפת לכל המרובעים שמתקבלים בסעיף ב/1.

שאלה 2 סעיף ב/3

התשובות לסעיפים הקודמים לא משתנות.

סיכום הפתרונות

מספר שאלה	תכונות המרובעים	סעיף I סוגי מרובעים
שאלה 1 סעיף א	אלכסונים שווים ומאונכים	<ul style="list-style-type: none"> ○ ריבוע ○ דלתון ○ טרפז שווה שוקיים ○ מרובע כלשהו
שאלה 1 סעיף ב	אלכסונים שווים ואינם מאונכים	<ul style="list-style-type: none"> ○ מלבן ○ טרפז שווה שוקיים ○ מרובע כלשהו
שאלה 2 סעיף א	אלכסונים שונים באורכם ומאונכים	<ul style="list-style-type: none"> ○ מעוין ○ טרפז ○ דלתון ○ מרובע כלשהו
שאלה 2 סעיף ב	אלכסונים שונים באורכם ואינם מאונכים	<ul style="list-style-type: none"> ○ מקבילית ○ טרפז ○ מרובע כלשהו