

בעיית גילים – סכום ספרות

משימה

הקדמה למשימה

הטבלה שלפניכם מדגימה כיצד לחשב סכום ספרות של מספר כלשהו, עד לקבלת מספר חד-ספרתי:

| מספר | סכום ספרות | סכום ספרות חד-ספרתי |
|------|----------------------|---------------------|
| 15 | $1 + 5 = 6$ | 6 |
| 29 | $2 + 9 = 11$ | $1 + 1 = 2$ |
| 75 | $7 + 5 = 12$ | $1 + 2 = 3$ |
| 897 | $8 + 9 + 7 = 24$ | $2 + 4 = 6$ |
| 9566 | $9 + 5 + 6 + 6 = 26$ | $2 + 6 = 8$ |

משימה

שאלה 1

ימי ההולדת של יוסי ושל בנו נדב חלים באותו תאריך. השנה יוסי בן 48 ונדב בן 12. נדב שם לב לתופעה מעניינת ואמר לאביו: "לא רק תאריך יום ההולדת שלנו הוא משותף - גם סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל שלנו משותף, והוא שווה ל-3". האם גם בשנים הקודמות היה סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל של יוסי שווה לזה של נדב? האם המצב יישאר כך גם בשנים הבאות? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

שאלה 2

הילה נולדה כשאמה דלית הייתה בת 27. בת כמה תהיה הילה כאשר דלית תהיה בת 52? האם סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהן יהיה שווה באותה שנה? בדקו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים של דלית והילה במקרים נוספים. מהי מסקנתכם? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

שאלה 3

בדקו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל שלכם ושל הגיל של אחד מבני משפחתכם לאורך כמה שנים. האם סכום הספרות החד-ספרתי במקרים שבדקתם נשאר שווה לאורך השנים? (התעלמו מתאריך הלידה המדויק - התייחסו לגיל בשנים כמספר שלם).

שאלה 4

באילו מקרים סכום הספרות החד-ספרתי של גילים נשאר שווה לאורך השנים? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

מדרגות

חשבו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל של יוסי ואת זה של נדב בשנים שונות:

○ לפני 5 שנים;

○ בעוד 5 שנים;

○ לפני 11 שנים;

○ בעוד 11 שנים.

בדקו מקרים נוספים וארגנו חישוביכם בטבלה.

הנחיות למורה

כיתה מומלצת

○ כיתה ז', ח'.

סוג המשימה

○ ממקרים פרטיים להכללה

○ בעיית חקר

הידע הדרוש

○ סכום ספרות.

מה נלמד

○ סכום ספרות חד-ספרתי.

הדגשים ומטרות

○ פיתוח היכולת של התלמיד להגיע להכללה מבדיקת מקרים פרטיים.

○ פיתוח היכולת לבדוק תכונות של מספרים על מנת להגיע להסבר התופעה.

דירוג אתגר מתמטי

○ הפניה לבדיקת מקרים פרטיים.

מערך דידקטי מומלץ

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה בקבוצות.
- דיון כיתתי:

קבוצות שונות יציגו דוגמאות נוספות שהם בדקו ואת המסקנות שהסיקו.

לצורך הסבר התופעה רצוי לארגן את הדוגמאות השונות בטבלה (רצוי לתת דוגמאות גם כשהתופעה לא מתקיימת):

| סכום ספרות חד-ספרתי של נדב | גיל של נדב | סכום ספרות חד-ספרתי של יוסי | גיל של יוסי |
|----------------------------|------------|-----------------------------|-------------|
| 0 | 0 | 9 | 36 |
| 1 | 1 | 1 | 37 |
| 2 | 2 | 2 | 38 |
| 3 | 3 | 3 | 39 |
| 4 | 4 | 4 | 40 |
| 5 | 5 | 5 | 41 |
| 6 | 6 | 6 | 42 |
| 7 | 7 | 7 | 43 |
| 8 | 8 | 8 | 44 |
| 9 | 9 | 9 | 45 |
| 1 | 10 | 1 | 46 |
| 2 | 11 | 2 | 47 |
| 3 | 12 | 3 | 48 |
| 4 | 13 | 4 | 49 |
| 5 | 14 | 5 | 50 |
| 6 | 15 | 6 | 51 |
| 7 | 16 | 7 | 52 |
| 8 | 17 | 8 | 53 |
| 9 | 18 | 9 | 54 |

הצעות לפתרון שאלה 4:

רק כאשר סכום הספרות החד-ספרתי של האדם הבוגר שווה ל-9 בזמן שהצעיר נולד, אז סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהם יישאר שווה לאורך השנים.
 במילים אחרות: רק כאשר הפרש בין הגילים של שני אנשים הוא מספר המתחלק ב-9, אז סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהם יישאר שווה לאורך השנים.

הצעות לנימוקים

הצעה א'

הסיבה היא שלאחר שנה סכום הספרות החד-ספרתי של כל אחד מהם שווה ל-1, וכל שנה סכום זה גדל ב-1, כאשר סכום הספרות החד-ספרתי מגיע ל-10 התהליך חוזר על עצמו.

הצעה ב'

כאשר מוסיפים 9 לכל מספר, סכום הספרות שלו אינו משתנה, כיוון שספרת האחדות קטנה ב-1 וספרת העשרות גדלה ב-1.