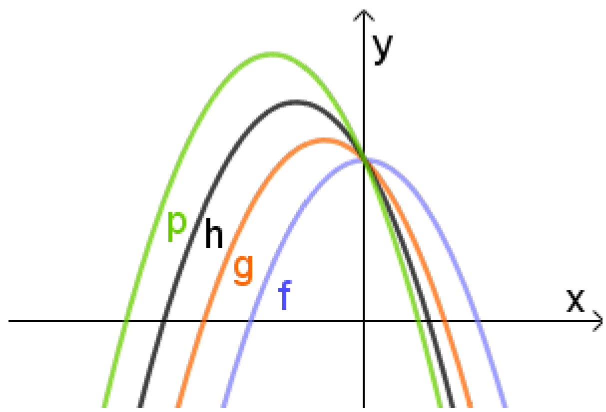
התאמת ביטויים לגרפים של פרבולות ב'

משימה

סעיף א'

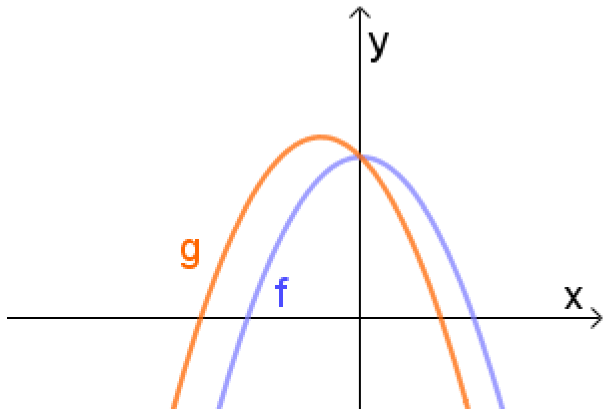
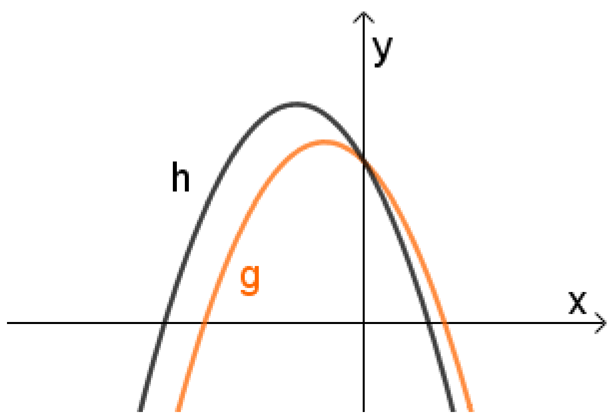
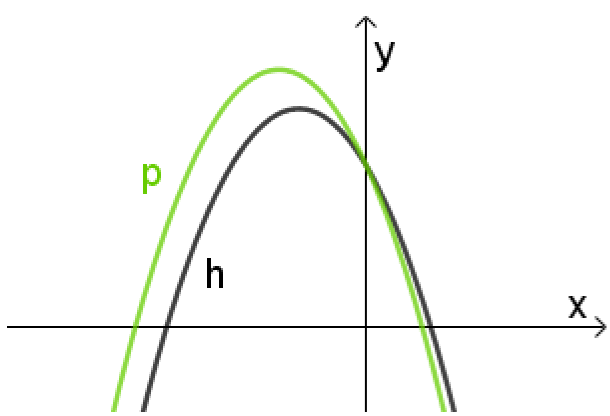
1. כתבו ביטויים מתאימים ל-4 הפרבולות שבתמונה (הפרבולות חופפות).

ביטויים של הפרבולות	גרפים
$p(x) =$ $h(x) =$ $g(x) =$ $f(x) =$	

2. מצאו לפחות עוד שתי אפשרויות לביטויים מתאימים

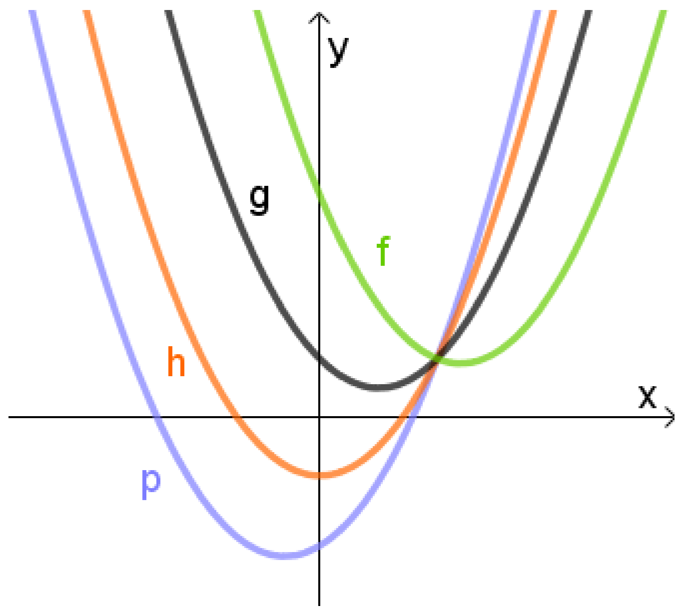
מדרגה לסעיף א

לכל אחד מהסרטוטים הבאים רשמו ביטויים לפרבולות שהגרפים שלהן נתונים בסרטוט (הפרבולות חופפות):

$g(x) =$ $f(x) =$	
$h(x) =$ $g(x) =$	
$p(x) =$ $h(x) =$	

<u>סעיף ב'</u>

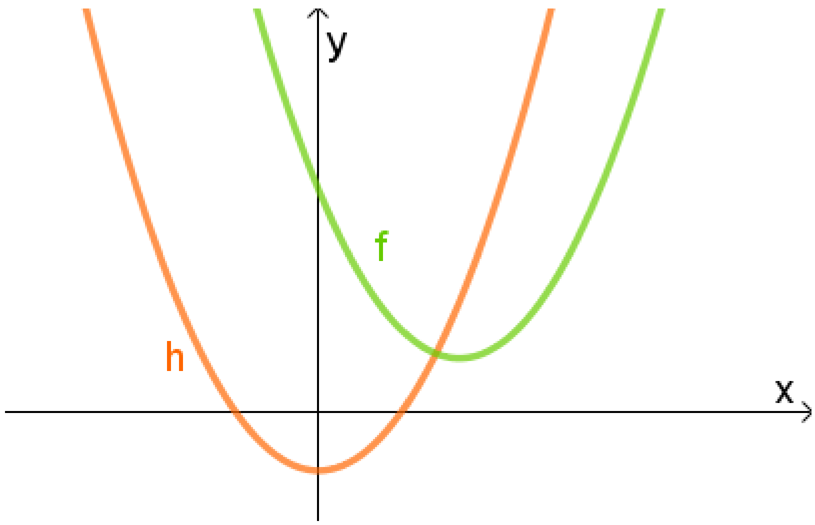
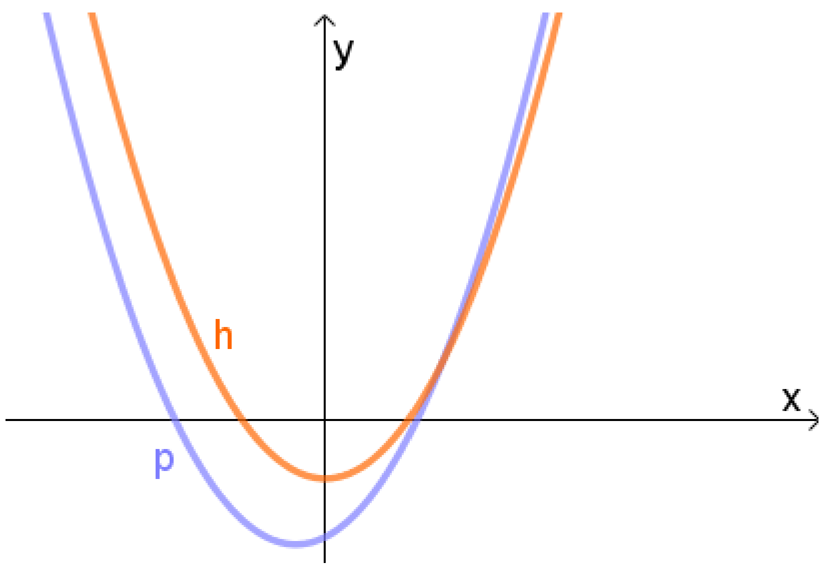
1. כתבו ביטויים מתאימים ל-4 הפרבולות שבתמונה (הפרבולות חופפות).

ביטויים של הפרבולות	גרפים
$p(x) =$ $h(x) =$ $g(x) =$ $f(x) =$	

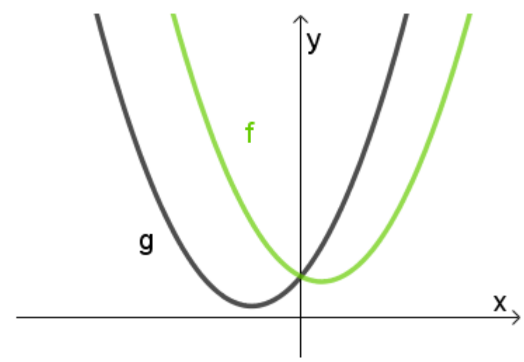
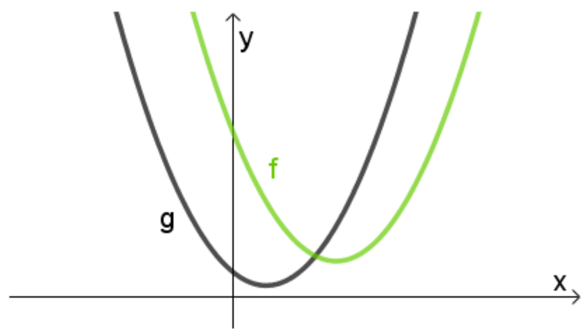
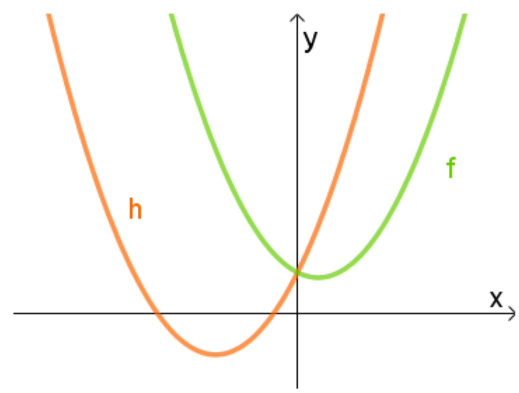
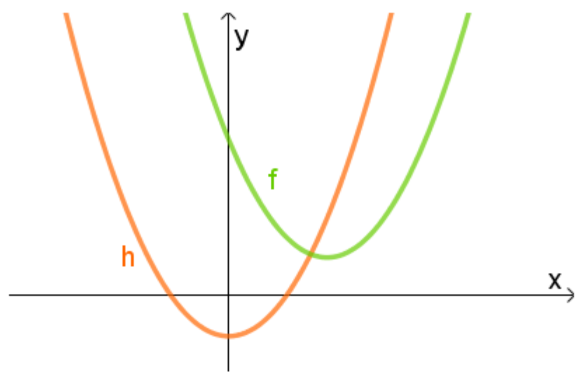
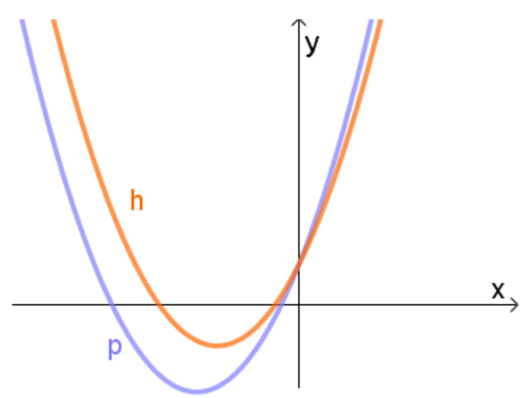
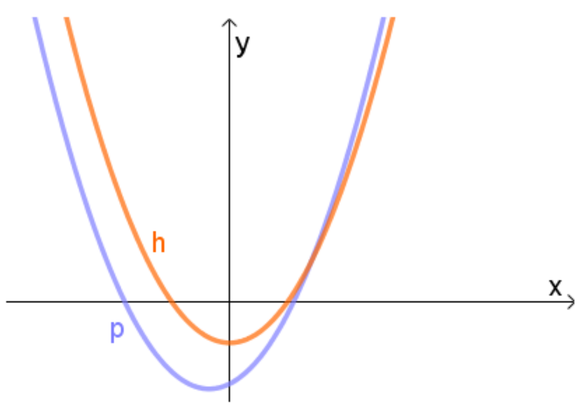
2. מצאו לפחות עוד שתי אפשרויות לביטויים מתאימים

מדרגות לסעיף ב

<u>מדרגה 1</u>: לכל אחד מהסרטוטים הבאים רשמו ביטויים לפרבולות שהגרפים שלהן נתונים בסרטוט (הפרבולות חופפות):

$h(x) =$ $f(x) =$	
$p(x) =$ $h(x) =$	

<u>מדרגה 2</u>: לכל אחד מהסרטוטים הבאים רשמו ביטויים לפרבולות שהגרפים שלהן נתונים בסרטוט (הפרבולות חופפות):

שלב א'	שלב ב'
	
	
	

הנחיות למורה

כיתה מומלצת

- כיתה ט', שליש שלישי.

סוג המשימה

- משימה פתוחה.
- תשובות רבות.
- דרכים שונות.

הידע הדרוש

- תכונות של גרף הפונקציה הריבועית.
- ייצוגים שונים של הפונקציה הריבועית.
- קשרים בין משוואת הפרבולה לגרף הפרבולה.
- טרנספורמציות של הפונקציה הריבועית בייצוגיה השונים.

מה נלמד

- העמקה וחידוד ההבנה של תכונות של פונקציה ריבועית.

הדגשים ומטרות

- פיתוח היכולת לזהות תכונות של הפונקציה הריבועית על פי הגרף שלה.
- פיתוח היכולת לזהות מצבים הדדיים בין הגרפים של פונקציה ריבועית.
- פיתוח היכולת למצוא משוואת פרבולה על פי מאפייני הגרף שלה.
- פיתוח היכולת לבחור בייצוג המתאים ובטרנספורמציה מתאימה כדי למצוא את משוואת הפרבולה המתאימה לגרף נתון.

דירוג אתגר מתמטי

- כל סעיף במשימה המקורית (בה ישנם ארבעה גרפים) מחולק לכמה שאלות פשוטות יותר שבהן ישנם רק שני גרפים.

מערך דידקטי מומלץ

אפשרויות שונות לאירגון השיעור:

<u>אפשרות א'</u>: כל התלמידים (בקבוצות) פותרים את שני הסעיפים.

<u>אפשרות ב'</u>: חלק מקבוצות התלמידים פותרים את סעיף א', החלק השני של הקבוצות פותר את סעיף ב'. בדיון הכיתתי דנים ומסבירים את שני הסעיפים, וכשיעורי בית התלמידים משלימים את הסעיף שלא פתרו בכתה.

אפשרות ג' : חלק מקבוצות התלמידים פותרים את סעיף א', החלק השני של הקבוצות פותר את סעיף ב'. ואח"כ מערבבים בין תלמידי הקבוצות – ויצירת "למידת עמיתים".

אפשרות ד': את אחד הסעיפים פותרים בכתה ואת הסעיף השני פותרים כשיעורי בית, ודנים בו בשיעור שלאחר מכן.

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה עצמית של התלמידים (בקבוצות). רצוי שתלמידים יעזרו בישומון לכתיבה חופשית או בתוכנה המאפשרת סרטוט גרפים (כמו ג'אוג'ברה).
- דיונים כיתתיים:

  דיון בכל סעיף במשימה:

  - נציג מכל אחת מהקבוצות יציג את הביטויים שהקבוצה מצאה לגרפים באותו סעיף ויסביר כיצד הקבוצה הגיעה לתשובותיה.
  - יתקיים דיון כיתתי לגבי השאלות:

    א. האם התשובות נכונות? אם לא – מה יש לתקן? וכיצד? רצוי להציג את הגרפים המתקבלים מתשובות התלמידים בעזרת תוכנה המאפשרת סרטוט גרפים.

    ב. לפי אילו עקרונות ניתן להגיע לביטויים המתאימים לגרפים הנתונים באותו סעיף.

הנחיות למורה

תלמידים אינם נדרשים להציג את תשובותיהם ולהסבירם בעזרת פרמטרים. ניתן להסביר את הקשרים בין הפרמטרים במשוואות הפרבולות במילים.

כל דרך נכונה לפתרון מתקבלת, וכל תשובה נכונה מתקבלת.

הצעות לפתרון:

סעיף א.

$g(x) = ax^2 + x + c \ , f(x) = ax^2 + c$

$p(x) = ax^2 + 3x + c \ , h(x) = ax^2 + 2x + c$

כל זה כאשר: $a < 0 \ , \ c > 0$

לדוגמא:

$, g(x) = -x^2 - x + 3 \quad , f(x) = -x^2 + 3$

$p(x) = -x^2 - 3x + 3 \quad , h(x) = -x^2 - 2x + 3$

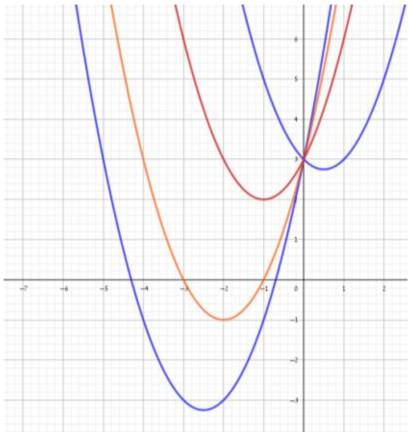
סעיף ב.

לכל הפרבולות נקודה משותפת שאינה על ציר ה-y .

ניתן תחילה לדאוג לכך שכל הפרבולות יהיו בעלות מינימום, ולכולן נקודה משותפת על ציר ה-y (בדומה לסעיף א') ואז להזיזן ימינה או שמאלה.

לדוגמא:

שלב א': פרבולות שלכולן נקודה משותפת על ציר ה- y



יש לשים לב שכל הקודקודים של הפרבולות לא יהיו על ציר ה- y וכן יש לשים לב שקודקוד של פרבולה אחת יהיה מימין לציר ה- y ושיעור ה- y של קודקוד זה יהיה הגבוה ביותר מבין שיעורי ה- y של הקודקודים האחרים

$$y=(x-0.5)^2+2.75=x^2-x+3$$

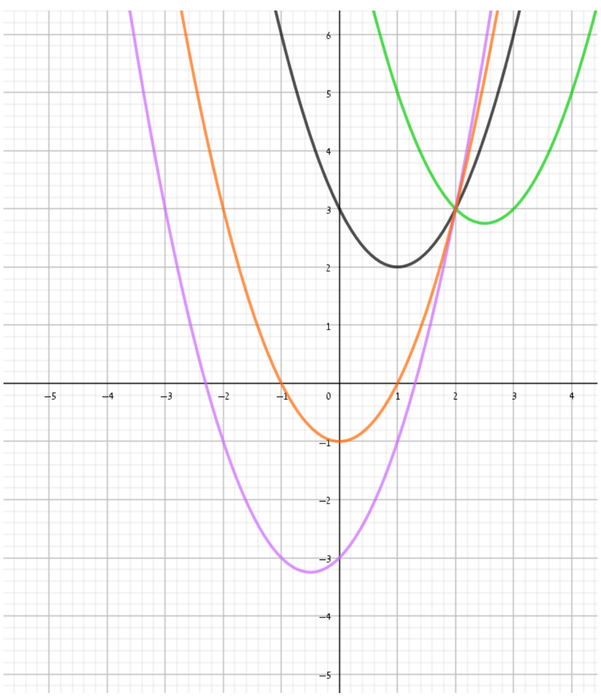
$$y=x^2+2x+3$$

$$y=x^2+4x+3$$

$$y=x^2+5x+3$$

שלב ב': הזזה ימינה של כל הפרבולות

יש לשים לב שההזזה ימינה תהיה כזו שפרבולה $h(x)$ תהיה סימטרית סביב ציר ה-y.



$$f(x)=(x-0.5-2)^2+2.75$$

$$\mathrm{g(x)}=(x-2)^2+2(x-2)+3$$

$$h(x)=(x-2)^2+4(x-2)+3$$

$$p(x)=(x-2)^2+5(x-2)+3$$