

## סטטיסטיקה - ממוצעים

## משימה

בכיתה ישנם 24 תלמידים. כל התלמידים ניגשו לבחינה במתמטיקה. מורה בדקה ורשמה לעצמה את הציונים בבחינה וחישה את הממוצע. הממוצע שהתקבל הוא 74.5.

לפניכם רשימת הציונים שרשמה לעצמה המורה:

79, 80, 82, 63, 70, 70, 80, 80, 82, 63, 56, 76, 82, 90, 56, 44, 90, 90, 82, 82, 72, 70

- למחרת היום גילתה המורה ששכחה לבדוק שני מבחנים. לאחר הוספת שני הציונים שחסרו לרשימה התברר לה שממוצע הציונים לא השתנה. מה יכולים להיות הציונים של שתי הבחינות הנוספות? הסבירו.
- המורה חילקה את הבחינות לכל 24 התלמידים. שלושה תלמידים ערערו על הציון. לאחר בדיקה חזרת החליטה המורה להעלות את ציוניהם. כתוצאה מכך הממוצע עלה ל- 75. בכמה נקודות המורה העלתה את הציון של כל אחד משלושה התלמידים? הסבירו.

## מדרגה

- תוכלו לבדוק מקרים פרטיים.
- תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

## הנחיות למורה

## כיתה מומלצת

- כיתה ח', שליש שני

## סוג המשימה

- ריבוי תשובות בטווח מסויים.

## הידע הדרוש

- חישוב ממוצע.

## מה נלמד

- העמקה בחישוב ממוצעים.

## הדגשים ומטרות

- התמודדות עם שאלות בעלות כמה תשובות וניתוחן.
- משמעות הממוצע.
- ההשפעה של שינוי של כמה נתונים על הממוצע.

### דירוג אתגר מתמטי

- הפניה לבדיקת מקרים פרטיים ולאפשרות להיעזר ביישומון.

### מערך דידקטי מומלץ

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה עצמית של התלמידים (ביחידים, בזוגות או בקבוצות).
- דיונים כיתתיים:
- התלמידים יציגו את תשובותיהם, ואת דרכי הפתרון.
- הסקת מסקנות לגבי אילו תנאים צריכות לקיים כל התשובות המתקבלות בכל אחד מהסעיפים.

### שאלות נוספות לדיון:

1. האם הממוצע של הציונים ה"תוספתיים" בהכרח שווה לממוצע של המספרים הנתונים?
2. האם קיימת חשיבות לסדר בתוך הזוגות הסדורים?

### הצעות לפתרונות (כל דרך נכונה ותשובה נכונה מתקבלת):

#### דרך פתרון אפשרית:

סעיף א': הממוצע של שני הציונים החסרים צריך להיות 74.5.

$$\frac{a_1 + \dots + a_{22}}{22} = 74.5 \quad \frac{a_1 + \dots + a_{22} + a_{23} + a_{24}}{24} = 74.5 \quad a_{23} + a_{24} = 149$$

**הכללה\*:** ממוצע של ציונים "תוספתיים" שווה לממוצע של המספרים הנתונים במקרה שהממוצע לא השתנה.

**פתרון:** הציון הגבוה ביותר הוא 100 והציון ה"משלים" הוא 49. לכן זוגות הציונים הבאים אפשריים: (49,100) (50,99) (51,98) ... (75, 76)

**שאלה לדיון:** האם קיימת חשיבות לסדר בתוך הזוגות הסדורים?

**סעיף ב':**  $x, y, z$  מסמנים את מספר הנקודות שהמורה העלתה לכל אחד מהתלמידים

$$\frac{74.5 * 24 + x + y + z}{24} = 75$$

כלומר: סכום כל הנקודות שהמורה העלתה לשלושה תלמידים צריך להיות 12. לדוגמה: לאחד התלמידים המורה הוסיפה 3 נקודות, לתלמיד השני 7 נקודות ולשלישי 2 נקודות.

**פתרון:** כל השלושת של מספרים טבעיים שסכומם 12. שלשות אלו מוצגות בטבלה. (תלמידים לא מתבקשים למצוא את כול התמורות).

מס' תמורות	שלשות של מספרים
3	1, 1, 10
6	1, 2, 9
6	1, 3, 8
6	1, 4, 7
6	1, 5, 6
3	2, 2, 8
6	2, 3, 7
6	2, 4, 6
3	2, 5, 5
6	3, 4, 5
1	4, 4, 4
52	