

הפרש ריבועים

משימה

לפניכם שלוש דוגמאות של הפרש ריבועים של מספרים עוקבים:

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$11^2 - 10^2 = 21$$

הסיקו מסקנות לגבי הפרש ריבועים של מספרים עוקבים והוכיחו אותן בדרכים שונות.

מדרגות:

ניתן להיעזר ביישומונים המצורפים.

הנחיות למורה

כיתה מומלצת

- כיתה ט', שליש שני.

סוג המשימה

- משימה פתוחה.
- ריבוי דרכי פתרון.

הידע הדרוש

- תכונות של מספרים שלמים.
- מספרים עוקבים.
- נוסחאות כפל מקוצר.

מה נלמד

- תכונה של מספרים עוקבים.

הדגשים ומטרות

- הצגת דרכים שונות לפתרון.

אופן הדירוג

- שני יישומונים. כל יישומון מתייחס לדרך פתרון אחרת.

מערך דידקטי מומלץ

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה עצמית של התלמידים (ביחידים, בזוגות או בקבוצות).
- דיונים כיתתיים: התלמידים יציגו את תשובותיהם ואת הדרכים השונות לפתרון.
- כל דרך נכונה ותשובה נכונה מתקבלים.

תשובה אפשרית:

- מסקנה I** : הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.
- מסקנה II** : הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא מספר אי זוגי.

הצעות לפתרונות:

דרך א'

- אם שני מספרים עוקבים, אז אחד זוגי והשני אי זוגי.
- ריבוע של מספר זוגי, הוא מספר זוגי.
- ריבוע של מספר אי זוגי, הוא מספר אי זוגי.
- והפרש בין שני מספרים, שהאחד זוגי והשני אי זוגי, הוא תמיד אי זוגי.
- לכן, הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא מספר אי זוגי.

דרך ב'

- בעזרת הנוסחה $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ושיקולי זוגיות ואי זוגיות.
- כאשר a עוקב של b הפרשם 1, ולכן, הפרש הריבועים שלהם שווה לסכומם. מכיוון שהמספרים עוקבים, אחד מהם זוגי והאחר אי זוגי, לכן סכומם אי זוגי.

דרך ג'

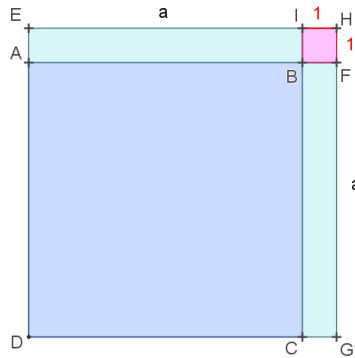
- בדרך אלגברית, בעזרת הנוסחה $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- נסמן את המספרים ב- n וב- $(n + 1)$.
- (n מספר טבעי).

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1 + n)(n + 1 - n) = 2n + 1$$

- לכל n שהוא מספר טבעי, $2n + 1$ הוא מספר אי זוגי.
- והפרש הריבועים של המספרים העוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.

דרך ד'

בדרך אלגברית, בעזרת הנוסחה $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ נסמן את המספרים העוקבים ב- n (מספר טבעי) וב- $n + 1$.
 $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$
 לכל n שהוא מספר טבעי, $2n + 1$ הוא מספר אי זוגי.
 הפרש הריבועים של המספרים העוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.



דרך ה'

שטח הריבוע הגדול $EHGD$: $(a + 1)^2$
 שטח הריבוע הקטן $ABCD$: a^2
 שטח ההפרש ביניהם שווה
 לשטחים של: $BFGC + IHFB + EIBA$
 שזה: $a \cdot 1 + 1 \cdot 1 + a \cdot 1 = 2a + 1$

דרך ו'

בעזרת חוקיות/ סדרות
 דוגמה: $4^2 - 3^2 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

