

## בעיית גילים – סכום ספרות

משימה

## הקדמה למשימה

הטבלה שלפניכם מדגימה כיצד לחשב סכום ספרות של מספר כלשהו, עד לקבלת מספר חד-ספרתי:

| מספר | סכום ספרות           | סכום ספרות חד-ספרתי |
|------|----------------------|---------------------|
| 15   | $1 + 5 = 6$          | 6                   |
| 29   | $2 + 9 = 11$         | $1 + 1 = 2$         |
| 75   | $7 + 5 = 12$         | $1 + 2 = 3$         |
| 897  | $8 + 9 + 7 = 24$     | $2 + 4 = 6$         |
| 9566 | $9 + 5 + 6 + 6 = 26$ | $2 + 6 = 8$         |

## משימה

## שאלה 1

ימי ההולדת של יוסי ושל בנו נדב חלים באותו תאריך. השנה יוסי בן 48 ונדב בן 12. נדב שם לב לתופעה מעניינת ואמר לאביו: "לא רק תאריך יום ההולדת שלנו הוא משותף - גם סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל שלנו משותף, והוא שווה ל-3". האם גם בשנים הקודמות היה סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל של יוסי שווה לזה של נדב? האם המצב יישאר כך גם בשנים הבאות? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

## שאלה 2

הילה נולדה כשאמה דלית הייתה בת 27. בת כמה תהיה הילה כאשר דלית תהיה בת 52? האם סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהן יהיה שווה באותה שנה? בדקו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים של דלית והילה במקרים נוספים. מהי מסקנתכם? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

## שאלה 3

בדקו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל שלכם ושל הגיל של אחד מבני משפחתכם לאורך כמה שנים. האם סכום הספרות החד-ספרתי במקרים שבדקתם נשאר שווה לאורך השנים? (התעלמו מתאריך הלידה המדויק - התייחסו לגיל בשנים כמספר שלם).

## שאלה 4

באילו מקרים סכום הספרות החד-ספרתי של גילים נשאר שווה לאורך השנים? הסבירו תשובתכם בדרכים שונות.

## מדרגות

חשבו את סכום הספרות החד-ספרתי של הגיל של יוסי ואת זה של נדב בשנים שונות:

○ לפני 5 שנים;

○ בעוד 5 שנים;

○ לפני 11 שנים;

○ בעוד 11 שנים.

בדקו מקרים נוספים וארגנו חישוביכם בטבלה.

## הנחיות למורה

### כיתה מומלצת

○ כיתה ז', ח'.

### סוג המשימה

○ ממקרים פרטיים להכללה

○ בעיית חקר

### הידע הדרוש

○ סכום ספרות.

### מה נלמד

○ סכום ספרות חד-ספרתי.

### הדגשים ומטרות

○ פיתוח היכולת של התלמיד להגיע להכללה מבדיקת מקרים פרטיים.

○ פיתוח היכולת לבדוק תכונות של מספרים על מנת להגיע להסבר התופעה.

### דירוג אתגר מתמטי

○ הפניה לבדיקת מקרים פרטיים.

### מערך דידקטי מומלץ

- פתיחת השיעור: הצגת המשימה והנדרש בה.
- עבודה בקבוצות.
- דיון כיתתי:

קבוצות שונות יציגו דוגמאות נוספות שהם בדקו ואת המסקנות שהסיקו.

לצורך הסבר התופעה רצוי לארגן את הדוגמאות השונות בטבלה (רצוי לתת דוגמאות גם כשהתופעה לא מתקיימת):

| גיל של יוסי | סכום ספרות של חד-ספרתי של יוסי | גיל של נדב | סכום ספרות חד-ספרתי של נדב |
|-------------|--------------------------------|------------|----------------------------|
| 36          | 9                              | 0          | 0                          |
| 37          | 1                              | 1          | 1                          |
| 38          | 2                              | 2          | 2                          |
| 39          | 3                              | 3          | 3                          |
| 40          | 4                              | 4          | 4                          |
| 41          | 5                              | 5          | 5                          |
| 42          | 6                              | 6          | 6                          |
| 43          | 7                              | 7          | 7                          |
| 44          | 8                              | 8          | 8                          |
| 45          | 9                              | 9          | 9                          |
| 46          | 1                              | 10         | 1                          |
| 47          | 2                              | 11         | 2                          |
| 48          | 3                              | 12         | 3                          |
| 49          | 4                              | 13         | 4                          |
| 50          | 5                              | 14         | 5                          |
| 51          | 6                              | 15         | 6                          |
| 52          | 7                              | 16         | 7                          |
| 53          | 8                              | 17         | 8                          |
| 54          | 9                              | 18         | 9                          |

### הצעות לפתרון שאלה 4:

רק כאשר סכום הספרות החד-ספרתי של האדם הבוגר שווה ל-9 בזמן שהצעיר נולד, אז סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהם יישאר שווה לאורך השנים.  
 במילים אחרות: רק כאשר הפרש בין הגילים של שני אנשים הוא מספר המתחלק ב-9, אז סכום הספרות החד-ספרתי של הגילים שלהם יישאר שווה לאורך השנים.

## הצעות לנימוקים

### הצעה א'

הסיבה היא שלאחר שנה סכום הספרות החד-ספרתי של כל אחד מהם שווה ל-1, וכל שנה סכום זה גדל ב-1, כאשר סכום הספרות החד-ספרתי מגיע ל-10 התהליך חוזר על עצמו.

### הצעה ב'

כאשר מוסיפים 9 לכל מספר, סכום הספרות שלו אינו משתנה, כיוון שספרת האחדות קטנה ב-1 וספרת העשרות גדלה ב-1.